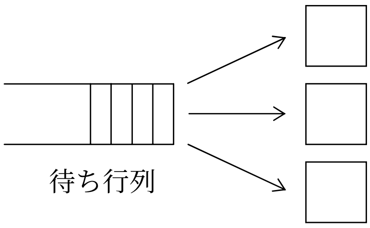
午後問題の重点対策(ソフトウェア開発技術者) 解答･解説
性能評価＜午後Ｉ＞

平成 16 年度春 ソフトウェア開発技術者 午後問 4

【解答】

［設問］ (1)



(2) (a) 10　(b) 0.07　(c) 0.7　(d) 0.04
　(e) 1.22　(f) 71.21

(3) (a) 到着順　(b) 長く

【解説】

待ち行列モデルに関する問題である。Web サービスの負荷分散について，M/M/3 待ち行列モデルをベースに待ち時間および応答時間を求めていく。

難易度は中程度であり，待ち行列のモデルや考え方を理解できていれば，問題文に式が記述されているため，値を導くのはそれほど難しくないと思われる。

［設問］

(1) 待ち行列モデルとは，行列の待ち時間を求めるためのモデルで，到着率，サービス時間，窓口数の三つの値(とその確率分布の仕方)によって構成されている。そして，次のように三つの要素の特徴を「／」で区切って並べたケンドール記号と呼ばれる記述方法で表現される。

○　／　○　／　○
到着率　サービス時間　窓口数

ここで，到着率の○には，到着率が一定の場合には D，到着間隔がランダムな場合には M が入る。また，サービス時間の○にも，サービス時間が決まっていて一定の場合には D，ランダムの場合には M が入る。

窓口数とは，一つの列の並んだ先にある窓口の数である。大きな銀行の ATM などで，複数の機械があるとき，それぞれの機械に並ぶのではなく，1 列に並んで空い

た機械に順番に並んでいくイメージである。

窓口が三つあるとき，図 A のようにそれぞれの列に並ぶのは，列の先に窓口が一つだけになるので，M/M/1 モデルである。この状態を，三つの M/M/1 モデルと呼ぶこともある。M/M/3 モデルでは，図 B のように列が一つで空いた窓口に順番に並んでいくことになる。

したがって，M/M/3 モデルの模式図では，解答に示したように一つの待ち行列に対してサービス窓口が三つあることになる。

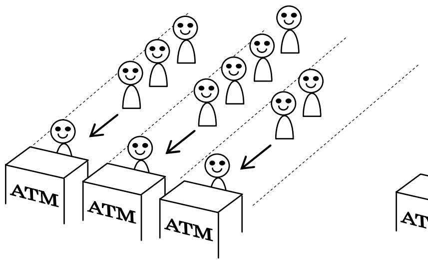


図 A　三つの M/M/1 モデル

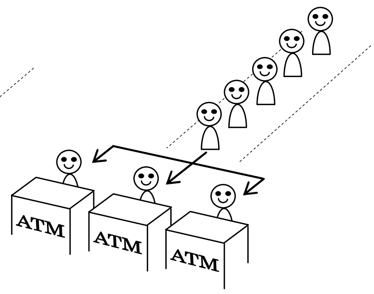


図 B　M/M/3 モデル

(2)　待ち行列の計算の問題である。よく出題される待ち行列の問題では M/M/1 モデルのものが多いが，これは待ち行列の計算式を $m=1$，$P=u$ で簡単にしたものである。

問題では，M/M/1 モデルよりも複雑な M/M/3 モデルが扱われているが，平均待ち時間を求める式は，問題文で与えられているので，その元となる変数の数値を求めて，順に計算していけばよい。

・空欄 a，b：問題文から，A 社のシステムのアクセス件数は 1 秒当たり平均 10 件，アクセス 1 件の平均処理時間は 70 ミリ秒である。したがって，平均到着率λ，平均サービス時間 t_s は次のようになる。このとき，計算する単位をそろえる必要があるため，ミリ秒は秒に換算する。

$\lambda = 10$(件)／1(秒)＝10(件/秒)

$t_s = 70$(ミリ秒)／1,000(ミリ秒/秒)＝0.07(秒)

したがって，(a)には 10，(b)には 0.07 が入る。

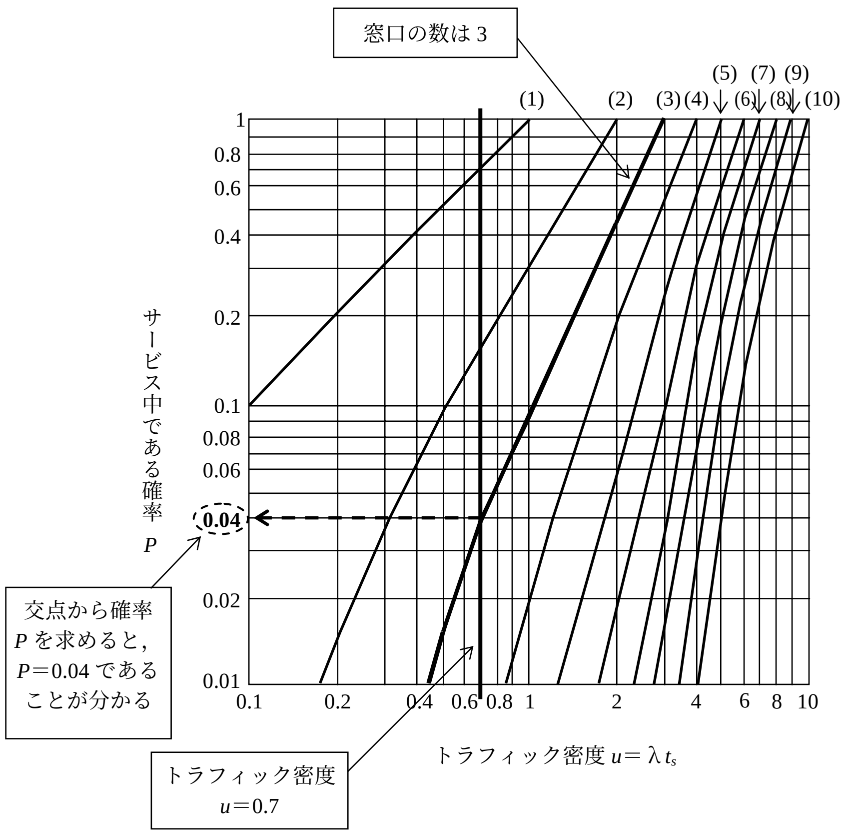
・空欄 c，d：トラフィック密度 u とは，窓口のトラフィックの度合いであり，窓口がふさがっている割合である。例えば，窓口が一つの場合，10 分に 1 回来客があり，その人の用件を処理するのに平均 5 分かかるのであれば，トラフィック密度 $u=0.5$ である。問題には，「トラフィック密度 $u=\lambda t_s$」と明記されているので，これに従って，

$u=\lambda t_s=10\times 0.07=0.7$

となる。また，この値をもとに，すべての窓口がサービス中である確率 P を求める。窓口が一つの場合，サービス中であれば必ず窓口はふさがっているため $P=u$ であるが，窓口が複数あると，すべてが使用中であるときとなるため計算が難しくなる。そこで，図 3 を利用して P を求める。

図 3 で，窓口数が(3)，トラフィック密度 $u=0.7$ であるときのサービス中である確率を求めると，$P=0.04$ となる。

したがって，(c)には 0.7，(d)には 0.04 が入る。



・空欄 e，f：今までの値から平均待ち時間を求めると，小数第 3 位を四捨五入して，次のようになる。

$$\text{平均待ち時間}=\frac{Pt_s}{\mathrm{m}-\lambda t_s}=\frac{0.04\times0.07}{3-10\times}$$

$$=0.001217\cdots(\text{秒})=1.217(\text{ミリ秒})\quad 1.22(\text{ミリ秒})$$

また，待ち時間を含めた平均処理時間とは，窓口に並び始めてから処理が終了するまでの時間なので，平均待ち時間と平均サービス時間の合計であり，

次のようになる。

平均処理時間＝平均待ち時間＋平均サービス時間

＝1.22+70＝71.22(ミリ秒)

したがって，(e)には 1.22，(f)には 71.22 が入る。

(3) 待ち行列モデルと実際の Web サーバの処理方法の違いに関する問題である。〔システム構成の見直し案〕によると，「各 Web サーバの負荷の状況を１分ごとに監視しておき，アクセス要求があったときには，直前の監視結果において最も負荷が少ない Web サーバにアクセスを振り分ける」とある。つまり，アクセス要求があったとき，空いているサーバに順番に振り分けるのではなく，1 分間は同じ Web サーバにアクセスを集中させる。したがって，アクセスの状況によっては，到着順にサーバで処理が行われるとは限らない。

M/M/3 モデルなど，窓口が複数であるモデルでは，待ち行列は 1 列で，先頭から順に処理が行われることを前提にしている。この場合は，待ち行列を 3 列にして窓口ごとに並ぶのと同じような状況になるため，モデルは M/M/1 モデルに近づくことになる。

一般に，M/M/1 モデルでは M/M/3 モデルより平均待ち時間は長くなる。例えば，先ほどの例では，三つの M/M/1 モデルで，平均到着率λがそれぞれ 1／3 になると仮定すると，サービス時間 t_s は同じであるため，窓口がサービス中である確率 P は，次のようになる。

P＝u＝10／3×0.07＝0.233……

そのため，平均待ち時間は次のようになる。

$$\text{平均待ち時間} = \frac{Pt_s}{\mathrm{m} - \lambda t_s} = \frac{0.233 \times 0.07}{1 - 3.33 \times}$$

＝0.016723…(秒)＝16.723(ミリ秒)　16.72(ミリ秒)

M/M/3 モデルのときより，かなり待ち時間は長くなる。したがって，空欄 g には「到着順」，空欄 h は「長く」が入る。

となっており，出題にあたっては今後，改善されることを期待したい。